

地磁気デジタル毎分値を用いて K-indexを求める方法

門 倉 真 二

(1987年12月15日受付, 1988年1月4日改訂)

概 要

毎分デジタルデータから, 電子計算機を用いて静穏日変化 (SR) を推定する方法 (直交化SR法) を新たに考案し, K指数を決める方法に応用した. 方法は次の3つの手順に分けられる. ①過去のK指数を基に静穏日のデータ $\{q_i\}_{i=1,N}$ を集める. ② $\{q_i\}_{i=1,N}$ を直交化し, そのうちの対応する固有値の大きなものいくつか (M 個) をSRの基底とする ($\{b_i\}_{i=1,M}$). ③各日のSRは $\{b_i\}_{i=1,M}$ の線形結合であらわす. その係数は, その日のデータと b_i の内積積分で得られる. この方法を低緯度にある柿岡の1986年のデータに適用し, 得られたデジタルK指数 (K') を従来からの手読みのK指数 (K) と比較した. 両者の差の分布は, 0, 1, 2が各々, 約70%, 30%, 1%程度で, 中低緯度での適用例としては, これ迄に考案された方法にくらべ新しい方法のが手読みに近い. 又, この差の分布は, 手読みのK指数どうしを近接した地点間 (柿岡, 女満別, 鹿屋) で比較したものとほぼ同様であることから, 新しい方法で得られたK指数を従来のK指数と同等とみなせることがわかった.

§1. 序

K指数は地磁気活動度を示す指数として, 1939年に, Bartelsによって提唱されて以来, 国際的に使われるようになった. その後, Mayaud (1967) により, 細かい規定が示されている. K指数の決定は

- (1) 地磁気アナログ記録からその日の静穏日変化 (SR : Solar Regular Diurnal Variation) を推定する.
- (2) アナログ記録から, 推定したSRを差し引いたものをK-Variationと言う. 世界時で3時間の期間毎にK-Variationの振幅を決める.
- (3) 観測点毎にK指数のスケールが決めてあり, (2) で得られた振幅に対して対数的に0~9の整数がきまる.
- (4) (1) ~ (3) を, H, D両成分について行ない (K_H, K_D), 大きい方をKとする.

という手続きによる. SRには様々なパターンがあって, 推定は難しい作業のため, 各観測所では経験の豊かな観測者がK指数の決定にあたることになっているが, それでも, 少なくとも5%の不確実性があるといわれている (Menvielle, 1981). 即ち, K指数の読取りには観測者の主観の影響を避けられない. そこで, 客観的にK指数を決定する方法が要求

された。また近年、計測技術の進歩に伴ない、各観測所は自動化しデータもデジタル化してきた。これとともに、電子計算機を用いてK指数を自動的に計算する方法（デジタルK）は意味をもつようになった。更にデータのデジタル化が進んで、アナログ記録が行われなくなれば、デジタルKはなくてはならないものとなる。

データがデジタル化している場合、Kを決定する手続きの〔2〕～〔4〕は容易だ。デジタルKのアルゴリズムはいかにSRを推定するかという点が問題なのである。これ迄に考案されたアルゴリズムは大きく2つに分けられる。第一のグループは、もとのデータを何からの方法で平滑化したものをその日のSRとするもので、Allredge (1960), Hopgood (1986), Wilson (1987) などが挙げられる。もう一方は、静穏日のデータを集め平均化・平滑化等の加工をして、1個又は数個のSRのパターンとして用意し、求める日のデータに最も似たものをその日のSRとする方法で、Van Wijk and Nagtegaal (1977), Rangarajan and Murty (1980), Riddick and Stuart (1984) などがある。前述のアルゴリズムのいくつかは、従来からのK指数と比較されているが、高緯度地方のデータでの比較では良い一致を示すのに対し、中低緯度に関しては成功していない。中低緯度地方ではK指数のスケールは小さくなるため、推定されたSRに許される誤差は小さい。しかも、高緯度地方に比べるとSRの振幅は大きく、日々かわるため、条件が厳しいのである。

一般に、第一のグループが本質的に持つ問題点は、平滑化の時間スケールを短くすると磁気嵐時のDst分などまでSRに含まれてしまい、長くするとSRの比較的速い変化が擾乱とみなされる点である。その対策として、Wilson (1987) は、平滑化のスケールを1時間と短くとり、かわりに擾乱時のデータは省いて補間するという工夫を行なった。一方、第二のグループの問題点は、SRとして許されるパターンが少なすぎることである。経験を重ねた観測者が比較的柔軟にSRのパターンを推定する事と、かけ離れている。又、静穏日の選び方に主観が介入するとの指摘もある (Menvielle, 1981)。

Hopgood (1986) は、観測者がK指数を決める際正しくSRを推定しているという保証がない点を指摘し、単純で客観的な「擬似K指数 (quasi K-index)」を決めて切りかえる時期にきていると主張している。確かに、SR推定は、観測者がどのように行なっているか厳密には不明なため、アルゴリズムを記述する事は困難だ。しかし見方を変えれば、SR推定のアルゴリズムが満たすべき条件は、観測者が概ね正しくSRを推定して決めてきた数十年のK指数データとの整合性だけとなる。著者は、過去の静穏日データを正規直交系に変換し、任意の日のSRをそれらの線形結合で表わすアルゴリズム（直交化SR法）を考案した。本論文では、直交化SR法を説明し、次にこれを柿岡 (KAK: 36° 13' N, 140° 11' E; 地磁気座標26.6°, 207.8°) に適用して、従来からのK指数と比較した結果を示した。

§ 2 解 析

解析手順を図1に示す。処理は、正規直交系 $\{b_i\}_{i=1,N}$ などをもとめる処理 (A: 準備処理) と、任意の日のデータ $x(t)$ よりその日のSRを推定しK指数を求める処理 (B: 推定処理) に分けられる。尚、直交化SR法の理論、用語、記号については、付録を参照されたい。

(2.1) 準備処理

まず最初に、過去のデータより静穏日を選ぶ。その際①擾乱が少い、②選んだ $\{q_i\}_{i=1,N}$

(A) Process for Preparation

(B) Derivation of K-index on Each Day

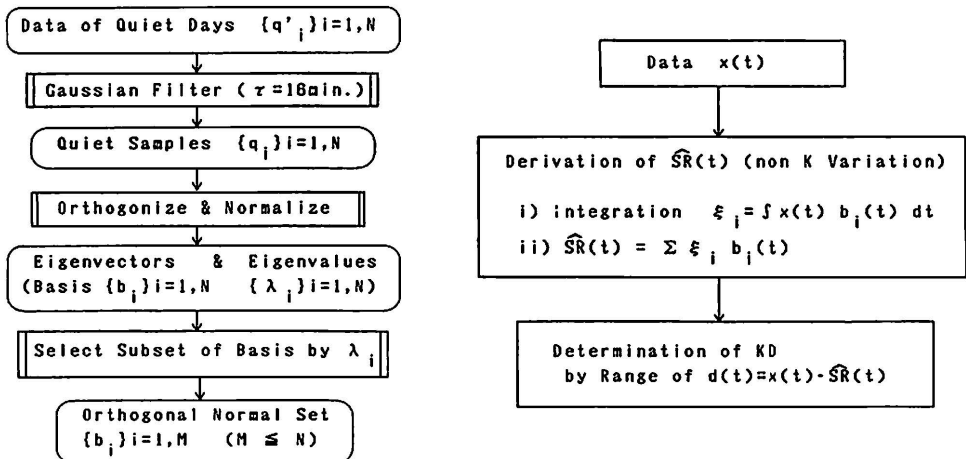


図1 K指数を得るまでの手順。(A)は準備の手続きで、正規直交系を作るまで。(B)は、任意の日のデータに対してSRを推定しK指数を求める手続き。正規直交系 $\{q_i\}_{i=1,N}$ は同じものを何度でも使う。

にはあらゆるSRのパターンが含まれている、の2点が重要である。

①については、 $\{q_i\}_{i=1,N}$ 中の擾乱分のパワーは $\{b_i\}_{i=1,N}$ にも含まれることになるし、多くなれば固有値 λ_i によるSRと擾乱の分離も不明瞭になるからである。静穏日選択の際には、K指数の日合計(ΣK)が使える。しかし、K指数は振幅に対して対数的な値をとる量だから、短い時間内に大きな擾乱パワーがあった場合にはやや大きな値が一度くらいあらわれるだけで ΣK にはさほど影響しない。従って擾乱パワーを減らすためには、少しでも大きなK指数のある日は、 $\{q_i\}_{i=1,N}$ に入らないようにすべきである。具体的には、本研究では、3以上のK指数のある日を除外した中から、 ΣK の小さい日を選ぶようにした。

$\{q_i\}_{i=1,N}$ に含まれないパターンは、推定処理(図1(B))の際には全て擾乱とみなされるため、②の条件が必要となる。この条件のためには、選ぶ個数 N を多くせねばならない。しかし、客観的に区別できる条件の変化に応じてSRのパターンが異なる傾向を示す場合には、その条件ごとに $\{q_i\}_{i=1,N}$ 、 $\{b_i\}_{i=1,N}$ など分けて独立に求めた方がよい。例えば、よく知られるようにSqには季節変化があるから、 $\{q_i\}_{i=1,N}$ 、 $\{b_i\}_{i=1,N}$ などは、各月用に一組ずつ求めた。また、一般に観測点毎にSRのパターンは異なるから、柿岡以外で同様の解析を行なう場合には、その観測点のデータで $\{b_i\}_{i=1,N}$ 等を求める必要がある。但し、今回の解析では太陽活動度別には分けなかった。第一の理由は、毎分値データの蓄積がようやく11年になったところであり、これを太陽活動度毎に分けてしまえば、各々の条件毎の静穏日の個数 N は大きくとれないということである。第二には、太陽活動度の変化は、主にSRの振幅を変えるが、そのパターンにはあまり影響しないと考えられるからである。

静穏日データに含まれる擾乱は可能な限り除いた方がよい。SRには30分より速い短周期変化は殆んどないと考えてよい(Hopgood, 1986など)から、静穏日データの短周期変化を擾乱とみなしてフィルタで除去した。図1(A)では表現上、生データを q' 、フィル

タを通ったものを q で表わしている。用いたフィルタはスケール時間 τ が16分のガウスフィルタで、変換式は、

$$q_i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} du \cdot q_i'(t-u) \cdot w_{\tau}(u) \quad (1-a)$$

$$w_{\tau}(u) = \frac{1}{\sqrt{\pi \tau}} \exp\left(-\frac{u^2}{\tau^2}\right) \quad (1-b)$$

で与えられる。このフィルタは、周波数特性が波打つこともなく位相回転もない、素直な特性をもつ。更に、 u/τ が大きくなると、 $w_{\tau}(u)$ は急激に小さくなるため、式(1-a)の積分の区間をせまくおさえることができるという利点がある。実用上、積分区間は、 $[-3\tau, 3\tau]$ で十分である。

次に、 $\{q_i\}_{i=1,N}$ を直交化し、正規直交系及び固有値 $\{\lambda_i\}_{i=1,N}$ を求める。アルゴリズムはJacobi法を用い、浮動小数点データの相対誤差(約 10^{-7})をもとに収束判定をした。付録に記すように、相対的に大きな固有値 λ_i とそれに対応する b_i が重要だから、直交化の後に行列の入替え操作を行ない、 λ_i を大きい順に並べ直す。またこの際に、内積 $(q_j \cdot b_i)$ について、各 i 毎に平均 μ_i と標準偏差 σ_i を

$$\mu_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (q_j \cdot b_i) \quad (2-a)$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (q_j \cdot b_i)^2 - \mu_i^2} \quad (2-b)$$

のようにもとめる。 μ_i と σ_i の利用については、次項で説明する。 $\{b_i, \lambda_i, \mu_i, \sigma_i\}_{i=1,N}$ のデータは保存しておけば永久に使えるので、これを求める処理は、12ヶ月の各月用に一度だけ行なえばよい。

(2.2) 推定処理

上に述べたようにして得られた $\{b_i\}_{i=1,N}$ をもとに、与えられた1日分のデータ $x(t)$ に対して式(A.3)の形でその日のSRが推定されるというのが、理論の結果である(付録参照)。しかし、 λ_i が小さければ小さい程、対応する b_i には擾乱のパワーが大きな割合で含まれる。したがって、適当な $M (\leq N)$ をきめて、式(A.3-a)での和は、 $1 \sim M$ にとどめるようにした。

ところで、例えば磁気嵐等で大きな擾乱があるとその擾乱が b_i に似たパターンを含むことが起こりうるが(図2に、模式的に示す)、このような場合に二重の不都合が生じる。まず実際に擾乱のある時間帯は図2の矢印Bで示すように、SRの推定値 $\hat{q}$ (上段破線)は不当にデータ x (同太線)に近くなり、得られる K' も小さめになる。一方、同じ日の擾乱のない時間帯(矢印A)では、 b_i の系数 ξ_i が時間帯Bにひきずられたために、 $\hat{q}$ に異常な変化を生じ、 K' の値が大きめになる。このような不都合を防ぐため、SRの振幅に極端なものを許さないことにした。具体的な操作は式(A.3-a)に於ける ξ_i に制限をつける形にする。SRの頻度に関する分布は $\{q_i\}_{i=1,N}$ による近似が期待できるから、SR全体では ξ_i の分布は、 $\{(q_i \cdot b_i)\}_{i=1,N}$ の分布で近似し、平均 μ_i 、標準偏差 σ_i が期待される(式(2))。更に、 ξ_i が正規分布していると仮定すれば、99%以上の確率で、

$$\mu_i - 2\sigma_i \leq \xi_i \leq \mu_i + 2\sigma_i \quad (3)$$

となる。そこで、 ξ_i の制限として式(3)を用いることにした。例えば、 $(x \cdot b_i) < \mu_i - 2\sigma_i$ の場合は $\xi_i = \mu_i - 2\sigma_i$ として、式(A.3-a)を適用するようにした。

実際のSRは日々変わるので $\{\xi_i\}_{i=1}^N$ も変わるのだが、その1日を通して平均的に合うような値となる。このため、SRは一日の中央($t=720$)付近では $\hat{q}$ により最もよく近似されるのだが、一日の始まり($t=0$)や終わり($t=1440$)の付近ではそれぞれ、前日や翌日の $\hat{q}$ のパターンに似てくる筈だ。ところでSRは一日のうちでは、電離圏の電気伝導度が高くなる太陽南中時を中心に大きな変化をする。従ってこの時間帯は $t=720$ 付近にくるようにデータの区切りを変更した方が有利である。実際の解析処理にあたっては、図1の手順に入るに先だち、世界時(UT)に沿って編集されている毎分値データ及びK指数データは、日本標準時(JST=UT+9時間)に沿って再編集された。

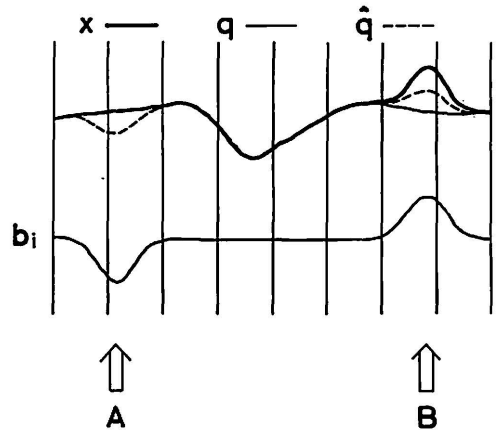


図2 ξ_i が異常な値になった時の弊害。上段、太線はデータ、細線は実際のSR、破線は ξ_i に制限をつけなかった場合の推定SR。擾乱は推定SRに、BとAの時間帯の両方に影響する。

§ 3 解析結果とその評価

柿岡のK指数に基づき、1976~1986年の11年間より、各月用に40日ずつ選んだ静穏日を表1にリストアップした。これらの日ではK指数の日合計 ΣK は概ね10以内になっているが、2月のものには $\Sigma K=11, 12$ の日が各4個ずつ含まれている。採用静穏日の分布は、太陽活動にそれ程強い相関は見られない。例えば1984年後半は太陽活動度は低いにもかかわらず静穏日は少いし、活動度の高い時期でも静穏日が選ばれないことはない。選ばれた静穏日のデータの例として、1月用の分のH成分を図3に示した。JSTで0時から24時まで3時間ごとにたて線がひいてある。番号は1976年1月2日より時間の順に1から40までつけてある。全般に振幅は、太陽活動度の高い時期(例えば1980年は番号19~23)では大きく、低い時期(1986年は番号38~40)では小さい。これは電離圏の電離源である太陽の紫外線(EUV)の放射強度の変動に対応している。図3で示された $\{q_i\}_{i=1,40}$ を直交化して得られた正規直交系 $\{b_i\}_{i=1,40}$ を図4に示す。ここでは対応する固有値の大きさの順に番号をつけ並べてある。このうち第一項、即ち b_1 は柿岡の1月のSqの平均的模式を表わしていると考えられる(Faynberg, 1975)。2番目の b_2 は b_1 からのずれとして静穏日でも最もよく現われる変化である。以下 $b_3, b_4, \dots$ と補正項として続くのだが、番号が大きなもの程擾乱が多く含まれている。特に夜間、つまり各日変化の両端での変化が昼間に比べて同程度以上変化しているものは、静穏な時の変化とは考えにくい。又、番号が大きなものほど短周期の変化が大きいが、これはいわゆる $1/f$ ノイズがあらわれた形だと考えられる。

表1 1976年～1986年より選ばれた静穏日一覧表。各月毎に合計40日ある。K=3のある日は除き、残りの中からΣKの小さい順に選んだ。1個もなかった月は「—」で表わされている。

Month	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986
Jan	2 9 15	3 17 27 28	3 12 14 15 21 22 23 24	12 17	7 10 19 24 31	15 19 20 21	9 10 11 12 26	6 7	8 9 18	—	11 14 17
Feb	16 23 24 25	1 4 13 16 17 27 28	11 12 18 24 25	1 2 8 14	1 3 4 5 11 12 13 21	10 13 14 22 28	—	—	16	—	1 3 4 16
Mar	22 23 25	3 4 5 8 25 16 19 31	14 21	14 21	2 3 12 14 15 16 18 24 25	3 9 21 24	6 8 12 16 27	5 15	21 22 23 24	10 11 15	
Apr	13 18 19 20 21 26	1 2 13 23 27 28	7 8 29	—	2 18 19 20 21 26 27 28 29	9 10	—	—	16 23	6 8 13 15 18	5 7 13 14 17 26 27
May	14 15 17 18 19	7 8 9 13 27 28 19 26	27 28	4 17	2 3 4 5 16 17 18 21 30 28 29	4 5 6 7	8 22 23	—	28	10	13 14 15 22 29
Jun	14 15 20 21 22 23 24 28 15	7 11 12 13 9	9	1 3 28	5 17 18 28 29	5 10 11 12 13 14 22 23	—	4	13 21 22	3 16 19	19 25 26
Jul	11 18 19 21 22 23 24 26	12 16 17 21 23 24 29 30 31	12 16 17 21 23 24 29 30	25 26 31	1 2 10 12 17 24	4 9 10 29	4 5	—	11	2 16	19 24
Aug	12 15 20	1 2 3 22 30	1 2 8 16 20 21 23 26	15 17 24	1 2 5 8 13 22 24 25 29	7 8	16	5 18	22	6 7 8 9	17 18
Sep	10 24	1 2 6 7 16 30	5 15 16 18 19 20	9 14	2 11 19 21 23 24 25 26 27	1 7 17 18	—	4 5 30	18	3 4 5 29 8 22 30	
Oct	7 14 26 27 29	1 9 21 25	7 17 24	5 18 19	1 3 17 27 28 29 30	6	—	1 10 12 27 31 28	1 2 27 28	10 11 12 23 24 25 26	
Nov	5 7 8 18 19 21 23 24 28	2 3 4 8 9 21 22 23 24 29	6	15 23 28	—	4 28 30	17	5 6 23	—	20 21 23	8 10 19 21 22 23 28
Dec	6 14 15	1 7 8 10 19 20 24 25	2 3 7 8 10 11	7 13 21	5 6 7 24	6 7 11	1	4 16 21	9	9 21 25	8 12 28 29 30

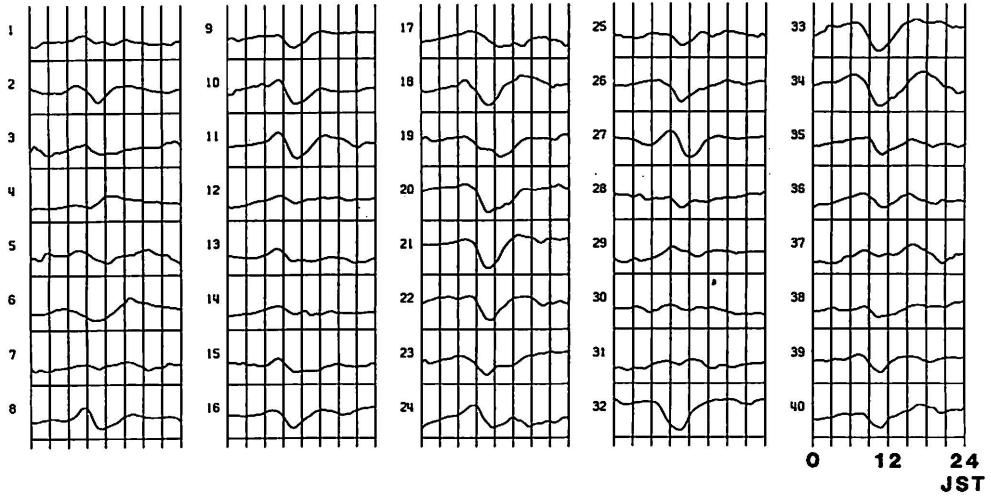


図3 1976~1986年の1月より選ばれた静穏日のH成分. 番号は古い順(表5.1参照). 時刻はJSTで0~24時としている.

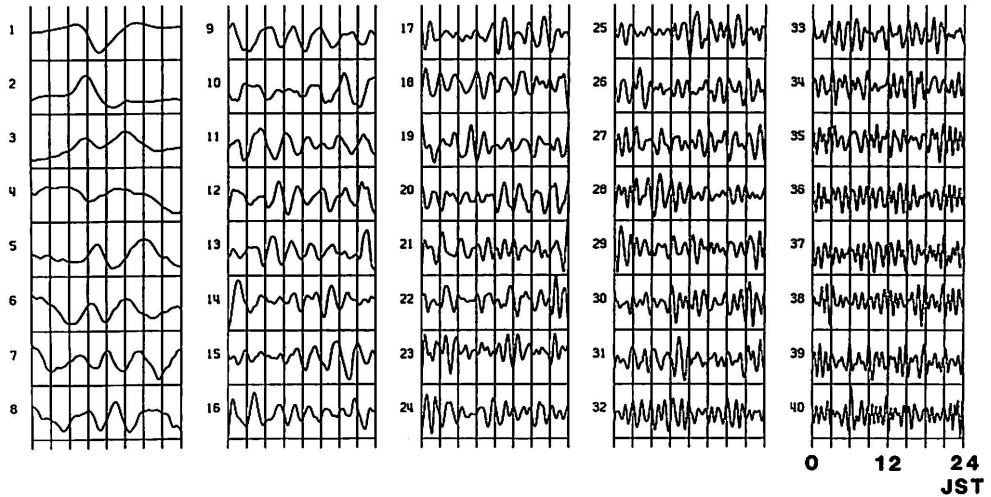


図4 1月の静穏日データ $\{q_i\}_{i=1,N}$ を直交化して得られた正規直交系 $\{b_i\}_{i=1,N}$. 番号は固有値 λ_i の大きい順.

同じ1月用のデータについて, 正規直交系と同時に得られる固有値 $\{\lambda_i\}_{i=1,40}$ を図5に示した. λ_i は $\{q_i\}_{i=1,40}$ に含まれる b_i のパワーの合計であり(式 A.14), その大小は b_i 中の擾乱の程度を知る目安となる筈だが, この図からは何番目からが擾乱であるか明確に区別できる境界を見出すことはできない. そこで観点をかえて, SRのパターンを最大 ε の誤差で推定するとして λ_i のみからの判定条件を吟味した. 一般に尖頭振幅 ε の交流に含まれるパワーは概ね $\frac{1}{8}\varepsilon^2$ で近似できる. λ_i は N 個の q_i に含まれる b_i のパワーの合計だから, 静穏日1日あたりでは λ_i/N 程度になると考えられる. 従って判定式

$$\lambda_i \geq \lambda_{min} \quad \left(\lambda_{min} = \frac{N}{8} \varepsilon^2 \right) \quad (4)$$

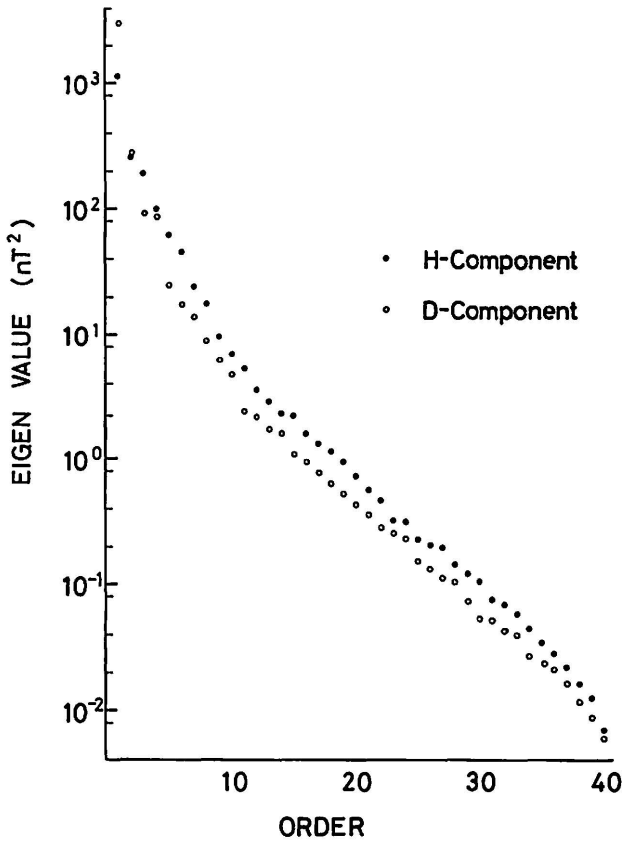


図5 正規直交系 $\{b_i\}_{i=1,N}$ と同時に得られる固有値 $\{\lambda_i\}_{i=1,N}$. 大きい順に並べてある. 黒丸はH, 白ぬき丸はD成分で, いずれも1月の静穏日データの処理結果.

をみたすなら, $M \geq i$ とせねばならない. ここで, $\varepsilon = 1$ [nT], $N = 40$, とすれば $\lambda_{\min} = 5$ nT²だから, H成分で $i \leq 10$, D成分で $i \leq 9$ がこの条件に該当する.

やはり同じ1月用のデータについて $\{(q_i \cdot b_i)\}_{i=1,40}$ の平均 μ_i と標準偏差 σ_i を $i = 1 \sim 20$ の部分のみ図6に示した. μ_i が黒丸で, $\mu_i - \sigma_i$ と $\mu_i + \sigma_i$ が線の両端により示されている. 番号 i の小さいところでは $|\mu_i|$ は大きく σ_i は同程度の大きさだが, i が大きくなるにつれて μ_i は急激に0に近づくのに対して σ_i の減少はゆるやかである. この図を使っても, 個数 M を明確に決めるのはなお困難である. SRを推定した時の係数 ξ_i には式(3)の制限がつくので, $M = N$ としても推定されたSRに大きな誤りを含むことはないが, SR推定処理に要する計算時間や必要な主記憶容量など概ね M に比例するので, 実際の解析は $M = 10$ としておこなった. b_{11} の不規則な形はこの処理で推定SRに問題を生じないであろうことを示唆している.

1月用と同様にして得られた各月用の $\{b_i\}_{i=1,40}$ を用いて, 1986年の1ヶ年間のデータを解析した. 計算時間は凡用ミニコン (HITAC E600/65) を用いて, 1日分あたり約2

秒程度である。解析結果の例を図7に示す。左端の番号は通し日付けで、35, 38, 40は各々1986年2月の4日、7日、9日のH成分である。各日とも上の線から順に、毎分値データ x 、計算されたSR($\hat{q}$)、そしてK-variation 即ち $d = x - \hat{q}$ のプロットである。横軸は図3, 4と同じくJSTで0…24時で、各時間帯のK指数を、手読み(K)及び計算によるもの(K')について記した。35番は典型的な静穏日で、 x は正午付近で最小となるなめらかな曲線を描き、 $\hat{q}$ もよく似た形となっている。38番は磁気嵐中だが、前半の活動度は比較的低く、後半にDstの発達がみられる。もとのデー

タにはSqらしい形が殆んどないため $\hat{q}$ の振幅も小さい。 ξ_i の制限(式3)のために後半のDstの影響は $\hat{q}$ に表われず、適正な推定が行なわれているのがわかる。40番はこの時の磁気嵐中で最も活動的な日だった。DstがSqのパターンに近いので、 $\hat{q}$ もその影響を受けて、35番に比べると最低値をとる時刻は約3時間早めになり、振幅もやや大きい。しかし、①このような場合、観測者もこれ以上尤もらしいSRを推定することは殆んど無理、②擾乱の振幅が大きいためSRの多少の誤差は対数的なKのスケールでは影響は少ない、③実際にはこのようなSRもありうる、などの理由で、K'の値は大きくはずれることはない(この例ではKと完全に一致した)。

こうして得られた「デジタルK指数」K'と手読みの指数Kとを比較し、その結果を図8の(A)に示した。K=K'となったのは約68%である。中低緯度に適用された従来のデジタルKのKとの一致率は、例えば最近のWilson(1987)でも約55%(Guam)であったから、かなり改善されたことになる。更に $|K - K'| = 1$ の場合も加えると約99%となる。人間がK指数を読みとる場合でも1程度の差はかなり流動的で、30~40%は複数の観測者が討議して決めているのが業務の実際だから、 $|K - K'| = 1$ は許容範囲内と考えられる。そのことを確かめるために、女満別(MMB: 43°55' N, 144°12' E; 地磁気座標34.6°, 210.2°)、鹿屋(KNY: 31°25' N, 130°53' E; 地磁気座標21.1°, 199.8°)のK指数についても比較を行なった。K指数は観測点毎にきまる指数であるが、SRを除去したり地磁気緯度に応じてスケールを変えるなどして全地球的に近い値をとるよう考慮されている。従って特に近接した観測点では、ほぼ同じ値になることが期待される。MMB, KAK, KNYは地球規模で見れば近接しており、しかも独立にK指数を決めている観測点だから、それらの値を比較することにより、観測者の読みとりの不確定性を評価することができる。

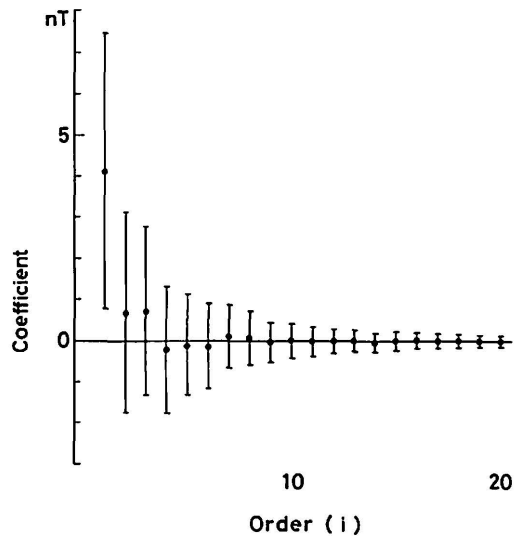


図6 正規直交系 $\{b_i\}_{i=1,N}$ の各要素毎に、静穏日データ $\{q_i\}_{i=1,N}$ の係数即ち $(q_i \cdot b_i)$ の平均値 μ_i と標準偏差 σ_i を示す、但し、 $i \geq 21$ の部分は省略してある。黒丸で μ_i を、各線の両端で $\mu_i \pm \sigma_i$ を示した。

KAKと、MMB及びKNYのK指数の差の統計を、それぞれ図8の(B)及び(C)に示した。いずれの比較結果に於いても、差が0となる率が70%、1となる率が30%であることから、 $|K - K'| = 1$ は読みとられたKのゆらぎと同程度であることがわかる。差が2になる率は非常に少ないが、MMBやKNYでの0.5%以下という値に比べ、 K' での1.1%は2倍以上になるため、詳しく検討した。 $|K - K'| = 2$ となったのは33例あり、そのうち組み合わせ(K, K')が(0, 2)又は(2, 0)となっているものが15例、(1, 3)又は(3, 1)となっているものでは14例であった。この29例の組合せについては、①(KAK, MMB)や(KAK, KNY)にも多く含まれるケースでもある②いずれも $|K' - \text{MMB}|$ か $|K' - \text{KNY}|$ のうち少くとも一方は1又は0となっている、

等のことを考慮すれば、大きな違いではない。残りのうち3例は、(4, 2)の組合せで、Kのが大き。いずれの例もH成分の変化率の大きな時間帯で、観測者はもっとゆるやかな日変化を想定して4という指数を与えている。しかし、直交化SR法により推定された $\hat{q}$ は観測者に不自然な印象を与えないが、結果として2という値を与えている。したがって、 $K = 4$ はむしろやや大きすぎの値を与えたと考えられる。残りの1例は(2, 4)の組合せで、 K' のが大き。その日(1986年9月23日)は3時(JST)頃より緩始磁気嵐が発生し、後半15時頃にDstが最も発達している。これにひきずられる形で擾乱の少ない前半の $\hat{q}$ のパターンはやや乱れている。即ち式(3)による $\hat{q}_i$ の制限はまだゆるすぎるという可能性を示唆している。一方人間が読みとる場合、アナログ記録が9時(0時UT)で切れているということに影響を受け易く、問題となった6~9時の時間帯ではどうしてもその後の時間帯との整合性への配慮が弱くなりがちである。実際に平均的な日変化即ち b_1 の形は、むしろ $\hat{q}$ に近い。従って結局のところ、この時間帯のK指数として2, 4のどちらがより適当かを断定することは困難である。以上より、Kと K' の差は個々には十分に小さい範囲におさまっていると言える。

Kを K' におきかえる場合には、一方がいつも大きめになるというような系統的な差も

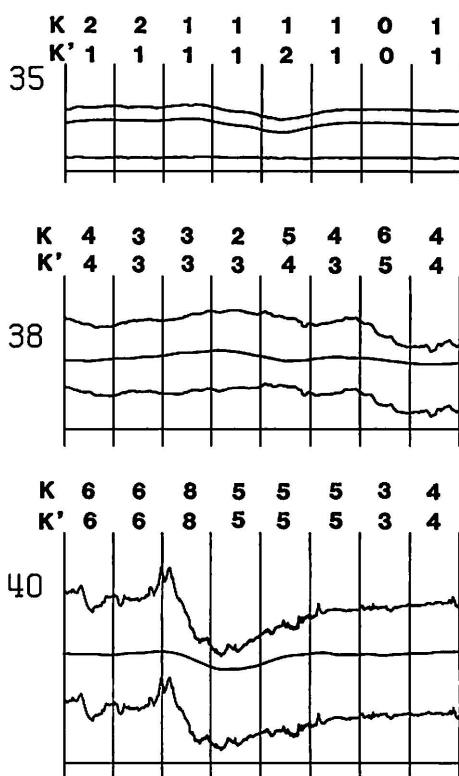


図7 解析結果の例(H成分). 番号35, 38, 40は通し日付で各々, 1986年2月4, 7, 9日. 各日とも上から生データ(x), 推定SR($\hat{q}$), K-variation($d = x - \hat{q}$)を表わす.

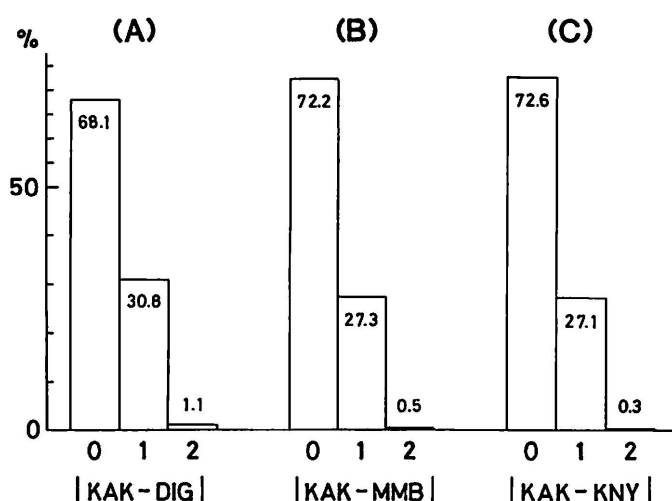


図8 KAKと他のK指数の差の分布. デジタルK (A)を含め, 3以上の差は生じてない.

問題となる. このような違いをチェックするため, ΣK の月平均値 $\overline{\Sigma K}$ の比較を行なった. まず最も確からしい $\overline{\Sigma K}$ として, KAK, MMB, KNY, それにデジタルK指数によるもの (DIG) の4種類の値の平均値MEANをもとめ, MEANとの差を各々 $\Delta \overline{\Sigma K}$ として図9上段に月毎にプロットした. 白抜き丸と黒丸は各々KAKとDIGの $\Delta \overline{\Sigma K}$ を示す. 比較のため, MMB, KNYについても図示してある. 又, 下段にはKAKの $\overline{\Sigma K}$ をプロットしてある. $\overline{\Sigma K}$ は15前後が通常の地磁気活動度で, 2月に20を越えているのはかなり擾乱のあったことを示し, 又4月に12近くにまで低下しているのはかなり静穏だったことを示している. $\Delta \overline{\Sigma K}$ は4種類のデータとも ± 0.5 程の幅の中でばらついているが, その月の地磁気活動度とは特にはっきりした相関は見られない. KNYの $\Delta \overline{\Sigma K}$ は年間を通して -0.9 くらいで, そのK指数が系統的に大きめになっていると言える. しかしその12ヶ月分の標準偏差は0.12で, KAK, MMB, DIG等の約半分のばらつきであり, 年間を通じて最も安定に指数を決定していたことになる. DIGでは $\Delta \overline{\Sigma K}$ の標準偏差は0.28で, KAKやMMBとほぼ同じであり, 特にばらついてはいない. 又, KAKやDIGの $\overline{\Sigma K}$ の差 ($= \Delta \overline{\Sigma K}$ の差) は, 年間を通じた平均で0.18程DIGのが大きめである. しかし, この系統的な差は, 月々のばらつきや, KNY, MMBとの差などを考慮すれば, 十分に小さな差であると言える.

KAKとDIGの年間を通じての平均的な日変化を図10に示した. いずれも1日を通して平均は約2.0で, 3時UT (12時JST)を中心として昼間にやや小さめ, 夜間に大きめとなる傾向まで同じ様子を示している.

以上, KとK'を比較してきたが, いずれもそれらを同等のものとみなせる結果が得られた.

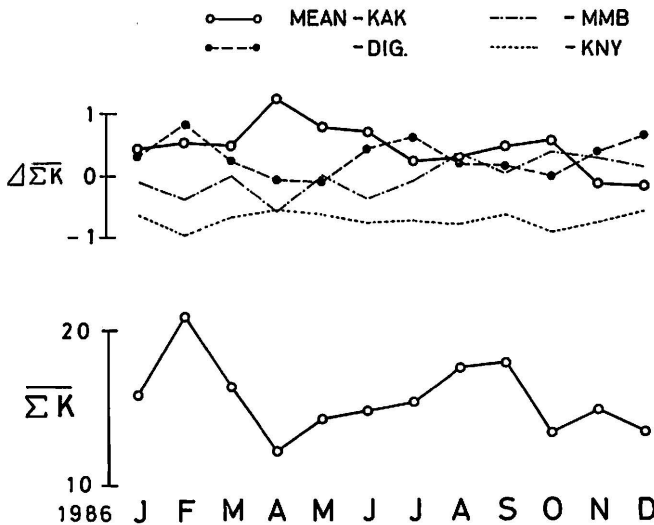


図9 上段: ΣK の月平均値の, 基準値との差. 基準値は, KAK, MMB, KNYの手読みと, KAKのデジタルKの, 4つの平均値. 下段: KAKの ΣK の月平均値.

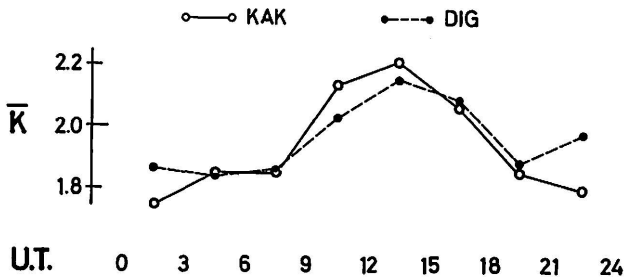


図10 1986年のK指数の時間帯別平均値. 黒丸はデジタルK, 白ぬき丸はKAKの手読みの値. UT = JST - 9時間.

§ 4 結 語

静穏日の毎分値データをもとに, 日々の毎分値データよりその日のSRを推定する方法(直交化SR法)を開発しK指数導出(デジタルK)に応用した. 人間の読みとったK指数と比較した結果, ほぼ同等であることが確認された. K指数を安定した基準で供給せねばならないという観点に立てば, 本論文で紹介した方法で得られるものは代替指数として十分に使えると結論できる.

直交化SR法を別の観測点で適用するには $\{q_i\}_{i=1,N}$ としてその観測点の静穏日データを用いばよい. その場合①データサンプリングは1分毎程度以上であること, ②データの蓄積が5~10年分程度あり良質の静穏データが得られること, の2つが必要な条件となる. 従って, 例えば毎分値データの蓄積が3年程度しかないMMBやKNYに適用するには, 更にデータの蓄積を待つ必要がある. ただし, そのような観測点でも, 別の観測点(例え

ばKAK)で得られた直交系を局所時刻の差だけずらして代用する, 或いは, $\{q_i\}_{1,N}$ に擾乱のある日のデータも重みをおとして混ぜて短期間の蓄積データだけから正規直交系を得るなどの方法も考えられるので, 今後の課題としたい。

電離圏のダイナミックスの研究には, 静穏日変化のデータは重要であるが, 従来は静穏日にのみ得られるものであった。直交化SR法によれば, 全ての日について静穏日変化を推定することができるため, この分野に必要なデータを飛躍的に増やすことが可能となり, データの有効利用の道を拡大することが期待できる。

付録：直交化SR法の理論

(A1) 記号について

本論文で用いた記号の主な物の使い方を以下に記す。

R : 実数体

X : 日変化関数の全体。地磁気の変化を対象にしているが, 成分や値の単位などは特に定めない。時刻 t の単位は分で表わすとして

$$X = \{x(t) \mid 0 \leq t \leq 1440\}$$

$\alpha, \beta \in R$ 及び $a, b \in X$ に対し, $z = \alpha x + \beta y$ を $z(t) = \alpha x(t) + \beta y(t)$ で定義することにより, 実数上の線形空間となる。

S : 静穏日変化全体。 X の部分集合である。

$\alpha, \beta, \dots, \omega$: 主に R の元を表わす。これの縦ベクトルは太字 α などで表わす。

$a, b, \dots, z$: 主に X の元を表わす。但し, t は時刻を表わす。これの縦ベクトルは太字 q などで表わす。

A, B, Q, T
 ϕ, λ } : 主に実行列を表わすのに用いた。 A の ij 成分は A_{ij} のように記す。

tT : 行列 T の転置行列。即ち $({}^tT)_{ij} = T_{ji}$ 。ベクトルについても転置の意味で用いる。

I : 単位行列

(A2) SRのモデル化

地磁気日変化 x は一般に時刻 t の関数の形で表わせる。

$$x(t) : 0 \leq t \leq 1440$$

データ取扱い時の説明の都合上, 時刻の単位は分とした。 x の値の単位は例えば nT である。日変化全体 X は, (A1) のような定義に従って線形空間をなす。SRのパターン全体 S は X の部分集合である。

観測者は, K指数を読みとるためSRを推定する時, 振幅の大小についてはあまり極端に異ならなければ同じ形と認識している。又, SRのパターンが厳格に規定できないことも考え合わせると,

S は X の部分線形空間をなす

(仮定1)

と仮定することができる。この仮定は, SRのモデルに線形代数の諸手法が使えるという利点をもたらす。

一般に日変化 $x \in X$ に対して, それに最も似ている $q \in S$ を決めるのが我々の問題であ

るから、「似ている」を定量的に表わす必要がある。まず X に内積 $(\cdot)$ を導入し、 $x, y \in X$ に対し、

$$(x \cdot y) = \frac{1}{1440} \int_0^{1440} x(t) y(t) dt \quad (\text{A. 1})$$

と定義する。次に x と y の距離 $\rho(x, y)$ は

$$\rho(x, y) = \sqrt{((x-y) \cdot (x-y))} \quad (\text{A. 2})$$

と定義すると、 X や S が有限次元座標空間の場合と同様な取扱いが可能となる。なお原点からの距離の 2 乗、即ち自分自身との内積 $(x \cdot x)$ はパワーと呼ばれ、 x の大きさを表わす尺度となる。内積の定義された線形空間では正規直交系が定義可能である。 S の完全正規直交系 $\{q_i\}_{i=1, N}$ が得られれば、 $x \in X$ に最も近い $q \in S$ は

$$q = \sum_{i=1}^N \xi_i b_i \quad (\text{A. 3-a})$$

$$\text{但し } \xi_i = (b_i \cdot x) \quad (\text{A. 3-b})$$

により求められる。こうして我々の問題は、 S 即ち $\{b_i\}_{i=1, N}$ をどうやって求めるかに帰着する。

S は静穏日変化の全体だから

擾乱の少い静穏日のデータを集めれば $(\{q_i\}_{i=1, N})$

その直和空間 $\{x \mid x = \sum_{i=1}^N \alpha_i q_i, \alpha_i \in R\}$ は S を近似する。 (仮定 2)

と期待できる。具体的には $\{q_i\}_{i=1, N}$ を直交化して $\{b'_i\}_{i=1, N}$ を得、その部分集合で $\{b_i\}_{i=1, M}$ ($M \leq N$) を近似する。以下に $M = N$ として、直交化の方法を示す。

行列 Q を

$$Q_{ij} = (q_i \cdot q_j) \quad (\text{A. 4})$$

で定義すると、これは実対称行列だから、直交行列 T により対角化可能で、その対角成分つまり固有値は正の値をとる。即ち

$${}^t T Q T = A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_N \end{pmatrix} \quad (\text{A. 5-a})$$

$$\text{但し } {}^t T T = I \quad (\text{A. 5-b})$$

$$\lambda_i \geq 0 \quad (\text{A. 5-c})$$

ここで、後の説明の都合上、固有値は大きい順に並ぶように T を選ぶものとする。

$$\lambda_i \geq \lambda_{i+1} \quad (\text{A. 6})$$

ここで X の元の縦ベクトル l を

$$l = {}^t T q \quad (\text{A. 7-a})$$

$$\text{但し } {}^t q = (q_1, q_2, \dots, q_N) \quad (\text{A. 7-b})$$

$${}^t l = (l_1, l_2, \dots, l_N) \quad (\text{A. 7-c})$$

と定義すれば

$$(l \cdot {}^t l) = A \quad (\text{A. 7-d})$$

となるから, $\{l_i\}_{i=1, N}$ (以後, 下付の $i=1, N$ は省略) は $\{b_i\}$ を直交化したものとなっている. $(l_i \cdot l_i) = \lambda_i$ だから

$$b = \Psi l = \Psi^{-1} T q \quad (\text{A. 8-a})$$

$$\text{但し } \Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \psi_N \end{pmatrix}, \quad \psi_i = \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} \quad (\text{A. 8-b})$$

$$^{-1}b = (b_1, b_2, \dots, b_N) \quad (\text{A. 8-c})$$

と定義すれば $(b \cdot ^{-1}b) = I$ となる. だから $\{b_i\}$ は $\{q_i\}$ から合成される正規直交系となっている.

(A 3) 固有値の意味

$\{q_i\}$ から合成される正規直交系は一般に無数の組合せが存在しそれぞれ S を張るが, (A. 5-a) のように直交変換 T を用いるのには必然性がある.

もともとデータ $\{q_i\}$ にはある程度の擾乱が含まれるから, $\{b_i\}$ にも含まれる. したがって, $e \in X$; $(e \cdot e) = 1$ なる e が静穏日変化を代表している程度を示す何らかの指標 $\alpha(e)$ を導入し, その値の小さなものは静穏日変化ではなく擾乱であるとして, $\{b_i\}$ から除くようにした方がよい. $\alpha(e)$ は, e が静穏日のデータ $\{q_i\}$ に似た変化をしている程大きくなるようにせねばならないから,

$$\alpha(e) = \sum_{i=1}^N (e \cdot q_i)^2 \quad (\text{A. 9})$$

と定義することにする. $\alpha(e)$ は, $\{q_i\}$ の中にある e に平行なパワーの量を示している. ここで実ベクトル $a = (q \cdot e)$ を定義すれば

$$a(e) = ^{-1}a a \quad (\text{A. 10})$$

一方 (A. 8-a), (A. 5-b) より

$$a = T \Psi^{-1} (b \cdot e) \quad (\text{A. 11})$$

だから

$$\alpha = (e \cdot ^{-1}b) A (b \cdot e) = \sum_{i=1}^N (e \cdot b_i)^2 \lambda_i \quad (\text{A. 12})$$

ここで e を $\{b_i\}$ で展開すれば

$$e = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i b_i \quad (\text{A. 13-a})$$

$$\text{但し } \varepsilon_i = (e \cdot b_i) \quad (\text{A. 13-b})$$

$$\sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 \leq 1 \quad (\text{A. 13-c})$$

だから, $\alpha = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 \lambda_i$ となる. α を最大にする $\{\varepsilon_i\}$ は, $\{\lambda_i\}$ の重根のことを無視すれば, $\lambda_i \geq \lambda_{i+1}$ だから

$$\varepsilon_i = \begin{cases} 1 & i=1 \\ 0 & i \neq 1 \end{cases} \quad (\text{A. 14})$$

となる. 即ち $e = b_1$ が最も静穏日変化を代表していることになる (Faynberg, 1975). 同じことを X から b_1 成分を除いた部分空間 X_1 について調べれば, $e \in X_1$, $(e \cdot e) = 1$ なる

e の中では $e=b_i$ の時に $\alpha(e)$ が最大となる。一般に $\alpha(b)$ が最大になる順に直交系を選んでいくと、行列 Q の固有ベクトルが対応する固有値の大きい順に並ぶ。そして固有値 λ_i は

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^N (b_i \cdot q_j)^2 = \alpha(b_i) \quad (\text{A. 15})$$

であるから $\{q_i\}_{i=1,N}$ に含まれる b_i のパワーの合計を表わしている。

参 考 文 献

- Allredge, L. R., A proposed automatic standard magnetic observatory, J. Geophys. Res. **65**, 3777-3786, 1960.
- Hopgood, P. A., On the computer generation of geomagnetic K-indices from digital data, J. Geomag. Geoelectr., **38**, 861-871, 1986.
- Mayaud, P. N., Atlas of K-indices, IAGA Bull., No. **21**, 113pp., IUGG Publication Office, Paris, 1967.
- Menvielle, M., About the scalings of K-indices, IAGA News, No. **20**, 110-111, IUGG, 1981.
- Rangarajan, G. K. and A. V. S. Murty, Scaling K-indices without subjectivity, IAGA News, No. **19**, 112-118, IUGG, 1980.
- Riddick, J. C. and W. F. Stuart, Computer generated quasi K-indices, IAGA News, No. **22**, 91-97, IUGG, 1984.
- Van Wijk, A. M. and T. Nagtegaal, K measurements by computer, J. Atmos. Terr. Phys., **39**, 1447-1450, 1977.
- Wilson, L. R., An evaluation of digitally derived K-indices, J. Geomag. Geoelectr., **39**, 97-109, 1987.

A New Method to Determine K-indices by Using Geomagnetic One-minute Data

Shinji Kadokura

Abstract

A New method to estimate the solar regular daily variations of geomagnetic field (SR) by using geomagnetic one-minute data was developed and applied to derivation of K-indices. The procedure for obtaining SR consists of 3 steps; selecting quiet N days' data $\{q_i\}_{i=1,N}$ on the basis of K-indices, building up the orthogonal normal set $\{b_i\}_{i=1,N}$ of SR, and calculating the SR of each day as the linear combination of $\{b_i\}_{i=1,N}$ whose coefficients are defined by the inner products of b_i and the one-minute data of the relevant day. The digital K-indices (K') by this method were compared with hand scaled indices at Kakioka (KAK) in 1986. The occurrences of the cases $|K-K'| = 0, 1$, and 2 are about 70%, 30%, and 1% respectively. It indicates an agreement better than the previous methods applied to low and middle latitude. K-indices at Memambetsu (MMB) and Kanoya (KNY), which are close to

Kakioka, were also compared with KAK. The differences of the K-indices between KAK and KNY, or that between KAK and MMB are in the distributions similar to $|K-K'|$ at KAK. This fact indicates that the K' may be indecis equivalent to K .